

Remarque : en gras apparaissent les questions de cours " intéressantes" posables en colles ... mais les colleurs ont toute liberté pour en trouver d'autres...

**Petit exercice ou question sur techniques fondamentales d'algèbre, en particulier le travail sur des sommes .... sur 5/10 min**

## **TECHNIQUES FONDAMENTALES EN ANALYSE ET EN ALGÈBRE**

**Résultats ou pratique** : Intégration, DL. Travail avec  $\Sigma$  et  $\Pi$ . Coefficients binomiaux, formule du binôme. Pivot de Gauss. DES

### **ESPACES VECTORIELS DE DIMENSION FINIE**

#### I Révisions

### **APPLICATIONS LINEAIRES**

#### I Rappels

**Image et image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire.**

**$\text{Im}(f)$ ,  $\text{ker}(f)$ .**

**Caractérisation de l'injectivité par le noyau.**

**Image d'une base par un isomorphisme.**

**Projecteur : Définition, caractérisation par l'idempotence.**

**Symétrie : Définition, caractérisation par l'involution.**

Automorphismes **Groupe linéaire**

#### II Théorème du rang

**Si  $u \in L(E,F)$  et si  $H$  est un supplémentaire de  $\text{ker}(u)$  dans  $E$ , alors  $u$  induit un isomorphisme de  $H$  sur  $\text{Im}(u)$ .**

**Th du rang.**

**Caractérisations des isomorphismes en dimension finie.**

Cas des formes linéaires (Hyperplan)

### **SOUS ESPACES AFFINES**

Translations de  $E$ ; notation  $A+x$  où  $A$  est un point de  $E$  et  $x$  un vecteur de  $E$

Définition d'un sous-espace affine de  $E$ :  $W=A+F$  où  $A$  point de  $W$  et  $F$  sous-espace vectoriel de  $E$ ;

**Condition pour qu'un sous-espace affine soit inclus dans un autre, direction, dimension.**

Sous-espaces affines parallèles.

**Intersection de sous-espaces affines, direction de cette intersection si elle n'est pas vide.** Cas où les sous-espaces considérés sont de directions supplémentaires

Repère affine, coordonnées.

## INTEGRATION SUR UN SEGMENT

### I Fonctions uniformément continues

Fonctions uniformément continues, **théorème de Heine**. (admis)

### II Fonctions continues par morceaux

Subdivisions de  $[a,b]$ , pas d'une subdivision.

**Algèbres des fonctions en escalier sur  $[a,b]$ .**

**Algèbre des fonctions continues par morceaux sur  $[a,b]$ .**

Approximation des fonctions c.p.m. par des fonctions en escalier. (admis)

Extensins des définitions sur les intervalles autres que les segments.

### III Intégrale d'une fonction continue par morceaux

Intégrale d'une fonction en escalier sur  $[a,b]$ . Linéarité. Croissance

Intégrale d'une fonction c.p.m. sur  $[a,b]$ . **Linéarité. Croissance**

**Relation de Chasles.**

**Une fonction  $f$  continue et positive sur un segment est nulle sssi son intégrale est nulle.**

**Approximation d'une intégrale d'une fonction continue par les sommes de Riemann (à pas constant)** (le cas général est admis, mais les élèves doivent connaître les démonstrations spécifiques aux cas des fonctions monotones ou lipschitziennes)

### IV Primitives et intégrale d'une fonction continue

Définition d'une primitive d'une fonction continue.

$x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est l'unique primitive de  $f$  s'annulant en  $a$ .

### V Pratique de l'intégration

**Intégration par parties pour  $f$  et  $g$  de classe  $C^1$ . Formule de Taylor avec reste intégral.**

**Changement de variables**

**Intégration des fractions rationnelles.**

**Pratique de l'intégration**

Rem : le changement de variable  $u = \tan(t/2)$  n'est pas explicitement au programme....

Prévision semaines suivantes. Matrice.