

Remarque : en gras apparaissent les questions de cours " intéressantes" posables en colles ... mais les colleurs ont toute liberté pour en trouver d'autres...

Petit exercice ou question sur techniques fondamentales d'algèbre ou d'analyse, en particulier le travail sur des sommes sur 5/10 min

TECHNIQUES FONDAMENTALES EN ANALYSE ET EN ALGÈBRE

Résultats ou pratique : Intégration, DL. Travail avec Σ et Π . Coefficients binomiaux, formule du binôme. Pivot de Gauss. DES, Calcul de déterminant (n,n) avec $n \leq 5$

ENSEMBLES FINIS

Ensemble fini

Cardinal d'un ensemble fini. Relation entre injections, surjections et cardinaux.

Caractérisation de la bijectivité de $f : E \rightarrow F$ où $\text{card}(E) = \text{card}(F)$.

Cardinal d'une union disjointe. Cardinal d'une partition. Cardinal d'un complémentaire. Formule des 4 cardinaux.

Cardinal d'un produit $E \times F$, de E^n , de $F(E,F)$, de $\mathcal{P}(E)$.

Arrangements ou p-listes, nombre d'injections, de bijections.

Combinaisons sans répétition . Propriétés usuelles des coefficients binomiaux : interprétation en terme d'analyse combinatoire.

ESPACE PREHILBERTIEN REEL

I Produit scalaire

Produit scalaire

Espace préhilbertien réel, espace euclidien.

Produit scalaire canonique sur \mathbb{R}^n . Produit scalaire $(f|g) = \int_{[a,b]} fg$

Norme associée à un produit scalaire, distance.

Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité. Formule de polarisation.

II Orthogonalité

Vecteurs orthogonaux, orthogonal d'une partie. Structure de l'orthogonal.

Famille orthogonale, orthonormale.

Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre

Théorème de Pythagore

Algorithme d'orthonormalisation de Schmidt. Pratique.

Existence de bases orthonormales dans un espace euclidien. Théorème de la base orthonormale incomplète.

Expressions dans une base orthonormale des coordonnées d'un vecteur, de sa norme, du produit scalaire de deux vecteurs, de la distance de deux points.

III Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

L'orthogonal d'un s.e.v. de dimension finie de E est un supplémentaire de ce sous-espace.

Projection orthogonale. **Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.**

Distance d'un vecteur à un s.e.v. Expression à l'aide du projeté orthogonal.

Symétries orthogonales, réflexions.

IV Hyperplans affines d'un espace euclidien

Vecteur normal à un hyperplan affine d'un espace euclidien. Si l'espace est orienté, orientation d'un hyperplan par un vecteur normal Lignes de niveau $M \rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u}$

Equations d'un hyperplan affine dans un repère orthonormé

Distance à un hyperplan affine

Prévision semaines suivantes. Espaces préhilbertiens réels (suite)